**Дата проведения: 26.01.2022г.**

**Группа 1-14**

**Предмет: Математика**

**Преподаватель: Амирханова А. К.**

**Тема урока: Понятие первообразной функции.**

       Прежде чем знакомиться с понятием первообразной, давайте в самых общих чертах вспомним самую обычную *производную*. Не углубляясь в занудную теорию пределов, приращений аргумента и прочего, можно сказать, что нахождение производной (или *дифференцирование*) — это просто математическая операция над *функцией*. И всё. Берётся любая функция (допустим, *f(x) = x2*) и *по определённым правилам*преобразовывается, превращаясь в **новую функцию**. И вот эта самая **новая функция** и называется **производной**.

        В нашем случае, до дифференцирования была функция *f(x) = x2*, а после дифференцирования стала уже *другая функция* *f’(x) = 2x*.

*Производная* — потому, что наша новая функция *f’(x) = 2x* *произошла* от функции *f(x) = x2*. В результате операции дифференцирования. И причём именно от неё, а не от какой-то другой функции (*x3*, например).

        Грубо говоря, *f(x) = x2* — это мама, а *f’(x) = 2x* — её любимая дочка.) Это понятно. Идём дальше.

        Математики — народ неугомонный. На каждое своё действие стремятся найти противодействие. :) Есть сложение — есть и вычитание. Есть умножение — есть и деление. Возведение в степень — извлечение корня. Синус — арксинус. Точно также есть **дифференцирование**– значит, есть и…**интегрирование**.)

        А теперь поставим такую интересную задачу. Есть у нас, допустим, такая простенькая функция *f(x) = 1*. И нам надо ответить на такой вопрос:

***Производная КАКОЙ функции даёт нам функцию f(x) = 1?***

        Иными словами, видя дочку, с помощью анализа ДНК, вычислить, кто же её мамаша. :) Так от какой же **исходной** функции (назовём её F(x)) произошла наша **производная** функция f(x) = 1? Или, в математической форме, **для какой** функции F(x) выполняется равенство:

*F’(x) = f(x) = 1?*

        Пример элементарный. Я старался.) Просто подбираем функцию F(x) так, чтобы равенство сработало. :) Ну как, подобрали? Да, конечно! F(x) = x. Потому, что:

*F’(x) = x’ = 1 = f(x)*.

        Разумеется, найденную мамочку *F(x) = x* надо как-то назвать, да.) Знакомьтесь!

**Первообразной для функции f(x) называется такая функция F(x), производная которой равна f(x), т.е. для которой справедливо равенство F’(x) = f(x).**

        Вот и всё. Больше никаких научных хитростей. В строгом определении добавляется ещё дополнительная фраза *"на промежутке Х"*. Но мы пока в эти тонкости углубляться не будем, ибо наша первоочередная задача — научиться находить эти самые первообразные.

        В нашем случае как раз и получается, что функция *F(x) = x* является *первообразной* для функции *f(x) = 1.*

        Почему? Потому что ***F’(x) = f(x) = 1****.*Производная икса есть единица. Возражений нет.)

        Термин "первообразная" по-обывательски означает "родоначальница", "родитель", "предок". Сразу же вспоминаем самого родного и близкого человека.) А сам поиск первообразной — это восстановление исходной функции **по известной её производной**. Иными словами, это действие, **обратное дифференцированию**. И всё! Сам же этот увлекательный процесс тоже называется вполне научно — **интегрирование**. Но об *интегралах* — позже. Терпение, друзья!)

**Запоминаем:**

**Интегрирование — это математическая операция над функцией (как и дифференцирование).**

**Интегрирование — операция, обратная дифференцированию.**

**Первообразная — результат интегрирования.**

        А теперь усложним задачу. Найдём теперь первообразную для функции *f(x) = x*. То есть, найдём **такую функцию *F(x)***, чтобы **её производная** равнялась бы иксу:

*F’(x) = x*

        Кто дружит с производными, тому, возможно, на ум придёт что-то типа:

*(x2)’ = 2x.*

        Что ж, респект и уважуха тем, кто помнит таблицу производных!) Верно. Но есть одна проблемка. Наша исходная функция *f(x) = x*, а *(x2)’ =****2****x*. **Два** икс. А у нас после дифференцирования должен получиться *просто икс*. Не катит. Но…

        Мы с вами народ учёный. Аттестаты получили.) И со школы знаем, что обе части любого равенства можно умножать и делить на одно и то же число (кроме нуля, разумеется)! Так уж [тождественные преобразования](https://abudnikov.ru/shkolnikam/uravneniya/chto-takoe-uravnenie-kak-reshat-uravneniya.html) устроены. Вот и реализуем эту возможность себе во благо.)

        Мы ведь хотим, чтобы справа остался чистый икс, верно? А двойка мешает… Вот и берём соотношение для производной (x2)’ = 2x и делим **обе его части** на эту самую двойку:

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image001.png

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image002.png

        Так, уже кое-чего проясняется. Идём дальше. Мы знаем, что любую константу можно *вынести за знак производной.*Вот так:

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image003.png

        Все формулы в математике работают как слева направо, так и наоборот — справа налево. Это значит, что, с тем же успехом, любую константу можно и*внести под знак производной:*

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image004.png

        В нашем случае спрячем двойку в знаменателе (или, что то же самое, коэффициент 1/2) под знак производной:

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image005.png

        А теперь *внимательно* присмотримся к нашей записи. Что мы видим? Мы видим равенство, гласящее, что производная от **чего-то** (это *что-то* — в скобочках) равняется иксу.

        Полученное равенство как раз и означает, что искомой первообразной для функции ***f(x) = x*** служит функция ***F(x) = x2/2***. Та, что стоит в скобочках под штрихом. Прямо по смыслу первообразной.) Что ж, проверим результат. Найдём производную:

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image006.png

        Отлично! Получена исходная функция *f(x) = x*. От чего плясали, к тому и вернулись. Это значит, что наша первообразная найдена верно.)

        А если *f(x) = x2*? Чему равна её первообразная? Не вопрос! Мы с вами знаем (опять же, из правил дифференцирования), что:

*3x2 = (x3)’*

И,стало быть,

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image007.png

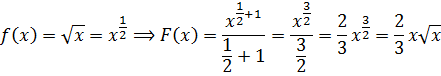
        Уловили? Теперь мы, незаметно для себя, научились считать первообразные для любой **степенной функции f(x)=xn**. В уме.) Берём исходный показатель *n*, увеличиваем его на единичку, а в качестве компенсации делим всю конструкцию на *n+1*:

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/5-1.png

        Полученная формулка, между прочим, справедлива **не только для натурального показателя** степени *n*, но и для любого другого — отрицательного, дробного. Это позволяет легко находить первообразные от простеньких **дробей** и **корней.**

        Например:

https://abudnikov.ru/userfiles/images/Studentam/Matematicheskij-analiz/Integralnoe-ischislenie/Pervoobraznaya-i-tablica-integralov/image010.png



        Естественно, *n ≠ -1* , иначе в знаменателе формулы получается ноль, и формула теряет смысл.) Про этот особый случай *n = -1* чуть позже.)

**Ответы и вопросы отправить на эл. почту**

asiyat.karimullaevna@yandex.ru