26.01.24 Группа 1-1

Математика

- **Сделать конспект**

42. Прямая призма

Призма называется **прямой**, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. В противном случае призма называется **наклонной**.

У прямой призмы боковые грани являются прямоугольниками. При изображении прямой призмы на рисунке боковые ребра обычно проводят вертикально (рис. 100).

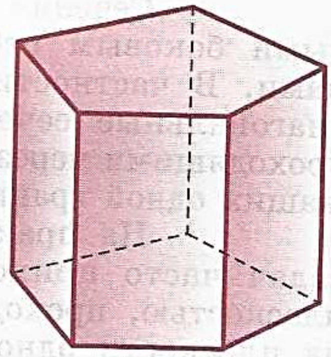

Рис. 100

Прямая призма называется **правильной**, если ее основания являются правильными многоугольниками.

Боковой поверхностью призмы (точнее, площадью боковой поверхности) называется сумма площадей боковых граней.

Полная поверхность призмы равна сумме боковой поверхности и площадей оснований.

Теорема 5.1

Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы, т. е. на длину бокового ребра.

Доказательство.

Боковые грани прямой призмы — прямоугольники. Основания этих прямоугольников являются сторонами многоугольника, лежащего в основании призмы, а высоты равны длине боковых ребер. Отсюда следует, что боковая поверхность призмы равна

$$S = a_1 l + a_2 l + \dots + a_n l = pl,$$

где $a_1, \dots, a_n$ — длины ребер основания, p — периметр основания призмы, а l — длина боковых ребер. Теорема доказана.

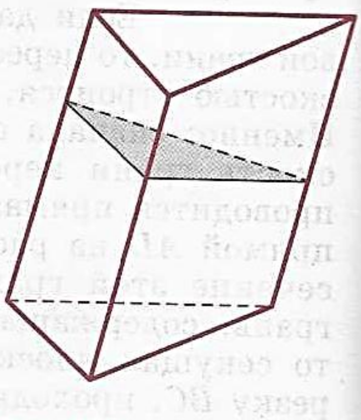

Рис. 101

50. Правильная пирамида

Пирамида называется **правильной**, если ее основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника (рис. 114). **Осью** правильной пирамиды называется прямая, содержащая ее высоту. Очевидно, у правильной пирамиды боковые ребра равны; следовательно, боковые грани — равные равнобедренные треугольники.

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой. Боковой поверхностью пирамиды** называется сумма площадей ее боковых граней.

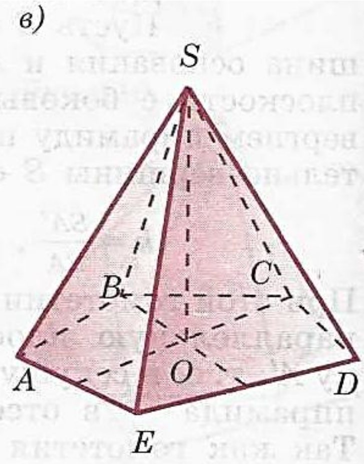

Рис. 114

Теорема **5.6**

Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению полупериметра основания на апофему.

Доказательство.

Если сторона основания a, число сторон n, то боковая поверхность пирамиды равна:

$$\frac{al}{2}n = \frac{anl}{2} = \frac{pl}{2},$$

где l — апофема, а p — периметр основания пирамиды. Теорема доказана.

Усеченная пирамида, которая получается из правильной пирамиды, также называется **правильной.** Боковые грани правильной усеченной пирамиды — равные равнобокие трапеции; их высоты называются **апофемами.**

Задача (69).

Докажите, что боковая поверхность правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему.

Решение.

Боковые грани усеченной пирамиды — трапеции с одним и тем же верхним основанием a, нижним b и высотой (апофемой) l. Поэтому площадь одной грани равна $\frac{1}{2}(a+b)l$. Площадь всех граней, т. е. боковая поверхность, равна $\frac{1}{2}(an+bn)l$, где n — число вершин у основания пирамиды, an и bn — периметры оснований пирамиды.